

ശ്രേണി

അാദിതര ശ്രേണി

* അാദിതര ശ്രേണിയെ ഒരളു തുടര a ഉ ഹെതു തുടു ദൃഷിതരയ d തു വു അതാർത തുടര U_n തു.

$$U_n = a + (n-1)d$$

* ഉൾ തു n തു തുണയ S_n തു.

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$S_n = \frac{n}{2} \{a+l\}$$

$l \rightarrow$ ദൃഷിത തുടര

ഗുണാദിതര ശ്രേണി

* ഗുണാദിതര ശ്രേണിയെ അതാർത തുടര U_n തു.

$$U_n = ar^{n-1}$$

$r \rightarrow$ തുടു ദൃഷിതയ

$a \rightarrow$ ഒരളു തുടര

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}$$

$S_n \rightarrow$ തു n തുണ തുടര

$|r| < 1$ തു,

$r^k < 1$

ഗുണാദിതര ശ്രേണിയെ
ദൃഷിത തു.



සිරිත

සමාන ශ්‍රේණි ආවේණය

$$\sum_{r=1}^n r = \frac{n}{2} (n+1)$$

$$\sum_{r=1}^n r^2 = \frac{n}{6} (n+1)(2n+1)$$

$$\sum_{r=1}^n r^3 = \left[\frac{n}{2} (n+1) \right]^2$$

* මේ ආකාරය S_n සොයන විට U_r අදාළ r^3, r^2, r අදාළ වලින් ලියා ගෙන පහළට එකතු කර පුළුල් ආවේණයෙන් පිළිතුර ලබා ගනිමු.

ප්‍රතිකර්ම සිද්ධාන්තය

1) U_r , r හි බහුපද ග්‍රේදයක් වන විටදී,

උදා :- $S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots$

$$U_r = r$$

$U_r = f(r) - f(r-1)$ වන පරිදි $f(r)$ ග්‍රේදයක් සොයා ගැනීම පහත කර ඇත.

$$f(r) = \lambda r(r+1) \text{ ලෙස ගනමු.}$$

$$f(r-1) = \lambda r(r-1)$$

$$U_r = f(r) - f(r-1)$$

$$r = \lambda r(r+1) - \lambda r(r-1)$$

$$r = \lambda r(r+1 - r+1)$$

$$r = 2\lambda r$$

සමතුලිත සමාන
කිරීමෙන්,

$$2\lambda = 1$$

$$\lambda = \frac{1}{2}$$

$$f(r) = \frac{1}{2} (r+1)r$$

* ව්‍යාකූල ප්‍රකාරයට $f(r)$ ලිවීම සඳහා U_r සමානාත්මක ලේඛනය ප්‍රමාණය වූවල ගුණනයක් ලෙස කිරීම යුතුය.

එම වූවල,

පළමු ප්‍රතිකරය 1 නම්, $U_r = f(r) - f(r-1)$ ද

පෙළ ප්‍රතිකරය 2 නම්, $U_r = f(r) - f(r-2)$ ද

මුළු ප්‍රතිකරය 3 නම්, $U_r = f(r) - f(r-3)$ ද

යනාදී ලෙස ලිවිය යුතුය.

* කවද $f(r) - f(r-1)$ හි පෙළ සමානාත්මක U_r විය යුතුය. ප්‍රතික්ෂේප, සියලු සර්වසාමය වලද එලෙස විය යුතුය.

* U_r , r වල බහුතර ගුණනයක් වන ස්වභාවය වුවද සර්වසාමය ලෙස ගැනීමට හොඳ නිසැක ප්‍රමාණය කරමු.

* $U_r = f(r) - f(r-1)$ වන විට $f(r)$ ගුණනයක් පූර්ව දක්වා ගනු ලැබේ.

* මෙලෙස පූර්ව දක්වන $f(r)$ තුළ නිශ්චය යුතු මන්දය,

- $f(r)$ හි මාත්‍රය U_r හි මාත්‍රයට වඩා 1 කින් වැඩි විය යුතුය.

- $f(r)$ තුළ නිශ්චය තුළින් නොනිශ්චය යුතුය. $[f(r) - f(r-1)]$ ලෙස සාමාන්‍යයෙන් නිශ්චය වූයේ නම් නිශ්චය (මාත්‍ර)යෙන් ගනු නොහැක.



උදා:- $U_r = r^2 + r$ බවට (r) වෙනස් කර ගත් විට

$$f(r) = Ar^3 + Br^2 + Cr$$

$$f(r-1) = A(r-1)^3 + B(r-1)^2 + C(r-1)$$

$$U_r = f(r) - f(r-1) \text{ සාධනයෙන්,}$$

(A, B, C) නිශ්පාදනය සොයා ගැනීමට විවිධ අගයන් භාවිත කරමු.

උදා:- U_r , r වල අවකලය ගන්නා විට එය නිවැරදි.

$$\text{උදා:- } U_r = \frac{1}{r(r+1)(r+2)} \quad U_r = f(r) - f(r+1) \text{ වන විට } f(r) \text{ සොයමු.}$$

(මෙම U_r හි අර්ථ දැක්වීම අද ලේඛනයට ප්‍රමුඛයෙන් අද කිහිපයක් දැක්වීමට මෙම ක්‍රියාවලිය. හෙයින් ප්‍රතිඵලය 1 නිසා $f(r) - f(r+1)$ යන සමීකරණය සලකමු. නමුත් $f(r) - f(r+1)$ හි අගය U_r හි අර්ථ දැක්වීමට යොමු කරමු.)

$$f(r) = \frac{A+B}{r(r+1)} \quad f(r+1) = \frac{A+B}{(r+1)(r+2)}$$

$U_r = f(r) - f(r+1)$ වන විට A, B සොයා ගැනීමට හැකිය.

$$\text{උදා:- } \frac{3}{1 \cdot 2 \cdot 4} + \frac{4}{2 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{5}{3 \cdot 4 \cdot 6} + \dots$$

$$U_r = \frac{(r+2)}{r(r+1)(r+3)}$$

* U_r හි අර්ථ දැක්වීම ලේඛනයට ප්‍රමුඛයෙන් අද කිහිපයක් දැක්වීමට මෙම ක්‍රියාවලිය.

එනම් මෙම ගැටළුවට අදාළ අගය (r+2) හි දැක්වීමට.

$$U_r = \frac{(r+2)^2}{r(r+1)(r+2)(r+3)}$$

$$\text{එනම්, } f(r) = \frac{A+B}{r(r+2)} \quad \text{යන } f(r) = \frac{Ar^2 + Br + C}{r(r+1)(r+2)}$$

මෙම විවිධ අගයන් භාවිත කරමු.

* නිතින ආග ආචිතයෙන් විකෘති කිරීමේදී, $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා,
 A හා B නියත සංඛ්‍යා දෙකක් සහිතව, $2x$ හි
 සමාන ප්‍රමාණයක් සහිතව A හා B සඳහා වන
 සමානතාවය.

සම - ගුණකයක් සහිත

උදා:- $1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1}$ ශ්‍රේණියේ
 සමානතාවය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලියන්න.

$$S_n = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1}$$

$$xS_n = x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + (n-1)x^{n-1} + nx^n$$

$$S_n - xS_n = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{n-1} - nx^n$$

$$(1-x)S_n = \frac{1(1-x^n)}{(1-x)} - nx^n$$

$$S_n = \frac{(1-x^n)}{(1-x)^2} - \frac{nx^n}{(1-x)}$$

* $r=1, 2, 3, \dots$ සඳහා පද n හි මෙහෙය $\frac{3n}{2n+1}$
 මත $\sum_{r=1}^n T_r$ ඉහර්මය මෙහිදී සොයන්න.

$$S_n = \frac{3n}{2n+1}$$

$$S_{n-1} = \frac{3(n-1)}{2(n-1)+1}$$

$$S_n - S_{n-1} = \frac{3n}{2n+1} - \frac{3n-3}{2n-1+1}$$

$$T_n = \frac{6n^2 - 3n - 6n^2 + 3n + 6n + 3}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$T_r = \frac{3}{(2r-1)(2r+1)}$$

extra. (අනුමාන)

$$2 \rightarrow n(n+1) = 2K_0 (2!)$$

$$3 \rightarrow n(n+1)(n+2) = 6K_0 (3!)$$

$$4 \rightarrow n(n+1)(n+2)(n+3) = 24K_0 (4!)$$

$$5 \rightarrow n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4) = 120K_0 (5!)$$

$$\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} = \frac{n}{1}$$